Matemática: Una publicación del FCNM – ESPOL
2018, Vol.16, No.1 **Publicado:2018-04-02**

DISEÑO DE UN MODELO PARA LA DISTRIBUCIÓN ÓPTIMA DE FERTILIZANTES A CARGO DE UNA ORGANIZACIÓN, INCLUYENDO LAS OPERACIONES DE TRANSPORTE, ESTIBA Y DESESTIBA.

(DESIGN OF A MODEL FOR THE OPTIMAL DISTRIBUTION OF FERTILIZERS BY AN ORGANIZATION, INCLUDING TRANSPORT, STOWAGE AND UNSTOWAGE OPERATIONS.)

Quito Cáceres Alex[1]

Resumen: La competitividad global provoca que las organizaciones operen y administren de una forma más efectiva sus recursos. Una de las ventajas competitivas que tienen las organizaciones está en función del diseño de su red logística, dado que muchas de estas tienen problemas con la movilidad de sus mercaderías, por este motivo la logística de transporte tiene como objetivo, satisfacer las necesidades y requerimientos de movilidad de los productos en el menor tiempo posible y al mínimo costo, para esto se deben determinar las estrategias óptimas de abastecimiento, con el fin de utilizar canales óptimos de distribución. Por lo expuesto, las técnicas que se usarán en este estudio son basadas en programación matemática, principalmente programación lineal y programación entera mixta.
Palabras Claves: Programación Matemática, Programación Lineal, Programación Entera Mixta, Costo mínimo, Transporte.

Abstract: *Global competitiveness causes organizations to operate and manage their resources more effectively. One of the competitive advantages that organizations have is based on the design of their logistics network, given that many of these have problems with the mobility of their merchandise, for this reason transport logistics aims to meet the needs and requirements of product mobility in the shortest possible time and at the minimum cost, for this, optimal supply strategies must be determined, in order to use optimal distribution channels. Therefore, the techniques that will be used in this study are based on mathematical programming, mainly linear programming and mixed whole programming.*
Keywords: Mathematical Programming, Linear Programming, Mixed Whole Programming, Minimum Cost, and Transportation.

Recibido: Febrero 2018
Aceptado: Marzo 2018

1. INTRODUCCIÓN

Una de las necesidades que enfrentan los agricultores de nuestro país cada año al iniciar las siembras, es el déficit de fertilizantes en los campos, debido a que no se cuenta con un sistema de producción nacional de Urea, Muriato de Potasio, DAP y Sulfato de Amonio, lo cual ha provocado que se importe y comercialice los insumos y fertilizantes a los pequeños y medianos productores con precios preferenciales, los mismos que servirán para beneficiar al sector agrícola, reducir los costos de producción, aumentar el margen de utilidad, ser más eficiente y más productivo.

Considerando todo lo anterior, para encontrar una solución eficiente del transporte desde los depósitos a sus respectivos destinos, se requiere optimizar las rutas entre las bodegas de distribución como origen, hasta las bodegas de la organización y/o las bodegas de los representantes autorizados como destino. El problema consiste en transportar, con el mínimo costo la carga a sus respectivos destinos y el objetivo principal es la determinación y planificación de las rutas de menor costo.

[1]*Ing. Quito Alex, Msc., Profesor de Investigación de Operaciones, Universidad de Guayaquil, (email: aquitoc@ug.edu.ec).*

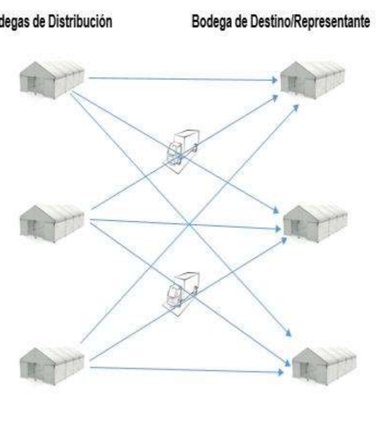
La distribución de fertilizantes se muestra en la Figura 1.1.

La solución óptima alcanzada será aquélla en la que se transporten todas las cargas consideradas como entrada del problema. Además, y por el hecho de ser la solución óptima no deberá existir otra solución que transporte todas las cargas, cuyo coste total sea menor.

Por lo tanto, las técnicas que se usarán en este estudio son basadas en programación matemática, principalmente programación lineal y programación entera mixta.

FIGURA 1.1 DISTRIBUCIÓN DE FERTILIZANTES

Elaboración: Propia.



La planeación de rutas, es una de las actividades más comunes en la optimización de operaciones logísticas. El planteamiento inicial del problema consiste en obtener soluciones óptimas, con los parámetros dados por el usuario como el número de vehículos, capacidad de estos, lugares a distribuir y la demanda del producto. La planeación de rutas en el área de operaciones logísticas ha sido de gran ayuda para realizar planeaciones que optimicen el tiempo, distancias e inversión. (Ely Monserrath, 2013).

La justificación de diseñar un modelo para la distribución óptima de fertilizantes es generar una herramienta científica que permita determinar una política óptima de decisiones estratégicas, ofreciendo soluciones que permitan a la organización atender las demandas de sus clientes en el momento oportuno, con las cantidades solicitadas y en el lugar requerido.

2. ANTECEDENTES TEÓRICOS

2.1 El problema de localización de bodegas.

Consideremos un conjunto de consumidores $I = \{1, 2, 3, \dots . m\}$ los mismos que deben ser abastecidos por un conjunto de bodegas $J = \{1, 2, 3, \dots . n\}$.

2.1.1 Formulación matemática del problema de localización de bodegas

Los elementos fundamentales de este problema son:

Datos

I: Conjunto $\{1, 2, 3, \dots . m\}$ de m consumidores.
J: Conjunto $\{1, 2, 3, \dots . n\}$ de posibles bodegas.
$\boldsymbol{f_j}$: Costo fijo de instalación de una $n$bodega localizada en j para $j \in J$.
$\boldsymbol{C_{ij}}$: Los costos C_{ij} dependen de los costos de producción o costos de los bienes ubicados en la bodega j y el costo de transporte desde la bodega j al consumidor i.
$\boldsymbol{u_j}$: La capacidad de la bodega localizada en j.
$\boldsymbol{d_i}$: La demanda del consumidor i.

Variables

Las variables son las siguientes:
$\boldsymbol{y_j}$: Variable binaria que permite modelar una planta productiva en la localización j.

$$y_j = \begin{cases} 1, \text{Si construye la bodeja } j \\ 0, \ \text{Si no} \end{cases} .$$

$\boldsymbol{x_{ij}}$: Cantidad de producto enviada desde la bodega j al consumidor i.

Función objetivo

La función objetivo del problema, queda de la siguiente manera:

$$\min Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \ x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} f_i y_j$$

Restricciones

Las restricciones son las Siguientes:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = d_i \ \text{para todo } i \in I \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le u_j \ y_j \ \text{para todo } j \in J$$

Si $y_j = 1$, entonces

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le u_j \ \text{para todo } j \in J$$

Las restricciones sobre las variables son las siguientes:

$y_j \ \in \{0,1\}$ para todo $j \in J$

$x_{ij} \ \ge 0 \ para \ todo \ i \in I,$

para todo $j \in J \ i \in I$

2.2 El problema de distribución y transporte

Consideremos un conjunto de consumidores, $\mathrm{I} = \{1, 2, 3, \dots . \mathrm{m}\}$ un conjunto de sitios potenciales para ubicar centros de distribución $\mathrm{J} = \{1, 2, 3, \dots . \mathrm{n}\}$, los mismos que deben ser abastecidos por un conjunto de bodegas $\mathrm{k} = \{1, 2, 3, \dots . \mathrm{p}\}$.

2.2.1. Formulación matemática del problema de distribución y transporte.

Los elementos fundamentales de este problema son:

Datos

I: Conjunto $\{1, 2, 3, \dots . m\}$ de m consumidores.
J: Conjunto $\{1, 2, 3, \dots . n\}$ de n posibles centros de distribución.
k: Conjunto $\{1, 2, 3, \dots . p\}$ de p bodegas.
i: Índice asociado al consumidor, $i \ \in I$.
j: Índice asociado al consumidor, $j \ \in J$.
k: Índice asociado al consumidor, $k \ \in K$.

Variables

Las variables son las siguientes:

$$y_j = \begin{cases} 1, \text{Si se contruye la bodega } j \\ 0, \ \text{si no} \end{cases} .$$

$\boldsymbol{x_{ij}}$: Cantidad de productos transportados desde el centro de distribución j al consumidor i.
$\boldsymbol{z_{jk}}$: Cantidad de productos transportados desde la bodega k al centro de distribución j.

$\boldsymbol{d_i}$: La demanda del consumidor i.
$\boldsymbol{p_i}$: Precio de venta al consumidor i.
$\boldsymbol{l_j}$: Inventario máximo para el centro de distribución j.

Función objetivo

La función objetivo del problema, queda de la siguiente manera:

$$\max Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(p_i - c_{ij})\, x_{ij} - \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p}(t_{jk} + q_k)\, z_{jk} - \sum_{j=1}^{n} f_i\, y_j$$

Restricciones

Las restricciones son las siguientes:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = d_i \quad \text{para todo } i \in I$$
$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leq l_j\, y_j \quad \text{para todo } j \in J$$
$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leq \sum_{k=1}^{p} z_{jk} \quad \text{para todo } j \in J$$
$$\sum_{k=1}^{p} z_{jk} \leq l_j\, y_j \quad \text{para todo } j \in J$$
$$y_j \in \{0,1\} \quad \text{para todo } j \in J$$
$$x_{ij}, z_{jk} \geq 0 \text{ para todo } i \in I,$$
$$\text{para todo } j \in J, \text{para todo } k \in K$$

2.3 La Programación lineal

La programación lineal es un método matemático que realiza planeación de actividades con el objetivo de tener un resultado óptimo. En forma matemática un problema de programación lineal puede ser expresado de la siguiente forma:

Para un problema de maximización:

$$\max Z = \sum_{j} c_j\ x_j$$

sujeto a:

$$\sum_{j} a_{ij}\ x_j \leq b_j;\ i = 1,2,\ldots\ldots,m$$
$$x_j \geq 0;\ j = 1,2,\ldots\ldots,n$$

Para un problema de minimización:

$$\min Z = \sum_{j} c_j\ z_j$$

sujeto a:

$$\sum_{j} a_{ij}\ z_j \geq b_j;\ i = 1,2,\ldots\ldots,m$$
$$z_j \geq 0;\ j = 1,2,\ldots\ldots,n$$

Las soluciones que satisfacen el sistema de restricciones, es un subconjunto de los números reales, esto implica que las variables se asuman como continuas.

2.3.1 Programación lineal entera mixta (MIP por sus siglas)

Los problemas de programación lineal entera mixta, son problemas de programación lineal en el cual algunas de las variables son enteras, estos modelos son muy utilizados en la formulación de problemas reales, los cuales ayudan de una manera eficaz en la toma de decisiones dentro de las organizaciones.

En forma matemática un problema MIP puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\min Z = \sum_{j=1}^{n} c_j$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j = b_i;\ i = 1,2,\ldots\ldots,m$$
$$x_j \geq 0;\ j = 1,2,\ldots\ldots,n$$

$x_j \in IN$; para todo o algunos $j = 1,2,\ldots\ldots,n$

donde IN es el conjunto de los números naturales $= \{0, 1, 2 \ldots\}$

3. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO PARA LA DISTRIBUCIÓN ÓPTIMA DE FERTILIZANTES

En esta parte se implementará el modelo matemático para la distribución optima de fertilizantes, se establecerán los supuestos para la formulación del modelo, posterior a eso se realizará la formulación matemática del modelo a diseñar, definiendo conjuntos, parámetros, tablas, variables, función objetivo y las restricciones del modelo.

3.1 Formulación matemática del modelo para la distribución óptima de fertilizantes

3.1.1 Conjunto

Consideremos un conjunto de consumidores $I = \{1, 2, 3, \ldots.\text{m}\}$, los mismos que deben ser abastecidos por un conjunto de bodegas $J = \{1, 2, 3, \ldots.\text{n}\}$. Donde | I |= 92 y | J |= 7, definimos los elementos del conjunto J (Bodegas de Distribución).

De la misma forma definimos los elementos del conjunto I (Bodegas Destino/Representante),

3.1.2 Parámetros

$\boldsymbol{s_j}$: Capacidad máxima de cada bodega de distribución j
$\boldsymbol{w_i}$: La demanda del consumidor i
$\boldsymbol{f_j}$: Costo de aperturar el nodo j

3.1.3 Tablas

$\boldsymbol{d_{ji}}$: Distancia entre el nodo de localización j y el nodo de demanda i
$\boldsymbol{r_{ji}}$: Costo de enviar al nodo de demanda i desde el nodo de localización j
$\boldsymbol{e_{ji}}$: Costo de estiba desde la bodega j a la bodega i
$\boldsymbol{b_{ji}}$: Costo de desestiba desde la bodega j a la bodega i.

Sea d_{ji} una matriz n x m cuyos elementos representan las distancias entre el nodo de localización j y el nodo de demanda i,

3.2 Variables del modelo para la distribución óptima de fertilizantes.

Las variables de características binarias son las siguientes:

$$X_j = \begin{cases} 1, & \text{si se abre la ubicación de la bodega } j \\ 0, & \text{si no} \end{cases} .$$

$$Y_{ji} = \begin{cases} 1, & \text{si demanda i es atendido por j} \\ 0, & \text{si no} \end{cases} .$$

3.3 Función objetivo del modelo para la distribución óptima de fertilizantes.

El objetivo es minimizar los costos de distribución desde las bodegas de distribución hacia las bodegas de destino o de los representantes en función de las demandas de las bodegas de destino.

La función objetivo, quedaría de la siguiente manera:

$$\min Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} w_i\, r_{ji}\, d_{ji}\, y_{ji} + \sum_{j=1}^{n} f_j\, x_j + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} w_i\, e_{ji}\, y_{ji} + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} w_i\, b_{ji}\, y_{ji}$$

3.4 Restricciones del modelo para la distribución óptima de fertilizantes.

Restricción 1.- Esta restricción se usa para atender a los clientes i, es decir a las bodegas de destino o de los representantes.

$$\sum_{j=1}^{n} y_{ji} = 1 \text{ para todo } i \in I$$

Restricción 2.- Esta restricción garantiza que la bodega de distribución aperturada, tenga la suficiente capacidad para atender la demanda asignada.

$$\sum_{i=1}^{m} w_i\, y_{ji} \leq s_j\, x_j$$

Restricción 3.- Esta restricción asegura que el total de las bodegas de distribución aperturada, cubran la demanda total de las bodegas de destino o representante.

$$\sum_{j=1}^{n} s_j\, x_j \geq w_i$$

Restricción 4.- Esta restricción se usa para asegurar que se atiende desde las bodegas de distribución si esta es aperturada.

$Y_{ji} \leq X_j$ para todo $i \in I$, para todo $j \in J$

Restricción 5.- Esta restricción hace que la variable de decisión sea binaria.

$X_j \in \{0,1\}$ para todo $j \in J$

Restricción 6.- Esta restricción hace que la variable de decisión sea binaria.

$Y_{ji} \in \{0,1\}$ para todo $i \in I$, para todo $j \in J$

3.5 Resultados computacionales

Para la obtención de los resultados obtenidos se utilizó el software GAMS, estos resultados permiten tener una asignación óptima desde la bodega de distribución hacia las bodegas de destino o representante.

En la Tabla 3.11 que se encuentra a continuación, se muestran los resultados obtenidos de la implementación del modelo para la distribución óptima de fertilizantes, la tabla muestra los costos totales del presente estudio.

TABLA 3.11 COSTOS TOTALES

Elaboración: Propia

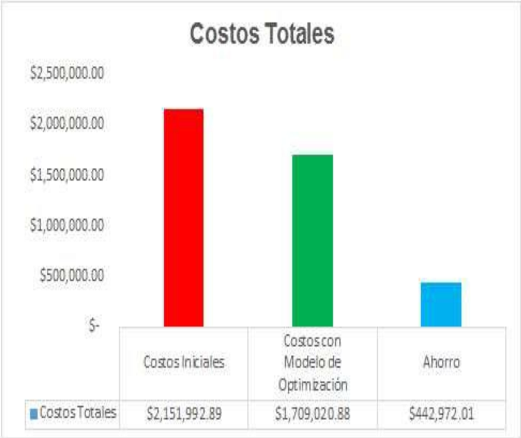
Bodega	Ton	Costo Distribución	Costo Estiba	Costo Desestiba	Costo Apertura	Costo Totales
Daule	5,619	$ 80,760.25	$ 16,857.00	$ 10,407.00	$ 10,200.00	$ 118,224.25
Durán	15,650	$ 238,885.80	$ 46,950.00	$ 38,250.00	$ 15,000.00	$ 339,085.80
El Cambio	5,991	$ 9,006.50	$ 1,050.00	$ 0	$ 10,200.00	$ 20,256.50
La Avanzada	6,000	$ 6,192.15	$ 900.00	$ 0	$ 10,200.00	$ 17,292.15
Loja	5,475	$ 3,292.80	$ 900.00	$ 0	$ 10,200.00	$ 14,392.80
Manta	49,890	$ 945,819.30	$ 0	$ 140,070.00	$ 1,500.00	$ 1,087,389.30
Pto Bolívar	7,625	$ 99,855.08	$ 0	$ 11,025.00	$ 1,500.00	$ 112,380.08
	96,250	$ 1,383,811.88	$ 66,657.00	$ 199,752.00	$ 58,800.00	$ 1,709,020.88

3.6. Análisis costos totales

En la Figura 3.4 que se encuentra a continuación, se muestran los resultados de comparar los costos totales iniciales vs los costos totales con el modelo de optimización.

FIGURA 3.4 COMPARATIVO COSTOS TOTALES - AHORRO

Elaboración: Propia



4. CONCLUSIONES

El objetivo planteado en el presente estudio fue el de diseñar un modelo para la distribución óptima de fertilizantes, incluyendo las operaciones de transporte, estiba y desestiba, mediante un enfoque matemático usando técnicas basadas en programación matemática para el diseño de redes de distribución, que se consideran como un problema de asignación y de flujo a costo mínimo, modelo que tiene como fin apoyar la toma de decisiones para efectos de realizar una planificación de la distribución óptima de fertilizantes desde las bodegas de distribución, hacia las bodegas de destino o representante.

En particular, los problemas que trata de resolver este modelo particular es minimizar los costos de distribución y lograr satisfacer las demandas de los clientes es decir de las bodegas de destino, este modelo podría ser aplicado en cualquier industria que tenga plantas o bodegas de distribución y de destino, con cualquier tipo de productos.

El presente trabajo se lo realizó en dos etapas, en la primera etapa se realizó un diagnóstico, recopilando y analizando la información disponible, indicando la ubicación de las bodegas de distribución y las de destino, definiendo cada una de las rutas de distribución, la demanda de los clientes en este caso específico los clientes son las bodegas de destino y/o representante, las distancias y los costos de distribución en cada una de las rutas, los costos y cantidades de estiba y desestiba, se definió la metodología de trabajo y las restricciones del modelo, en la última fase de esta etapa se hizo un análisis de los costos es decir costos de distribución, costos de estiba/desestiba, costos de apertura y los costos totales, con el objetivo de conocer cuáles son los costos actuales del proyecto.

En la segunda etapa del estudio se realizó la implementación del modelo, se definieron los supuestos del modelo y se implementó la formulación matemática del modelo, estableciendo los parámetros, conjunto, variables, restricciones y función objetivo del modelo matemático, los resultados computacionales nos indica que se tiene un ahorro de $ 442,972.01 en los costos totales del estudio, al optimizar las rutas de distribución entre las bodegas de distribución y las bodegas de destino o representante.

Mediante los resultados obtenidos podemos apreciar que los objetivos planteados se han cumplido, se puede concluir que los modelos matemáticos de optimización realmente resultan efectivos para resolver problemas reales logísticos como el de distribución de fertilizantes, por lo tanto este modelo es una buena herramienta para la toma de decisiones.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS Y ELECTRÓNICAS

[1] **Baaj. M. H.** (1991). *An AI-based approach for transit route system planning and design.* Journal of Advanced Transportation 25. 2 . 187–210.

[2] **Barreras. J. A.** (2008). *Modelo Matemático de Transporte aplicado a una compañía dedicada a la Manufactura y Distribución de juguete usando Programación Lineal Entera*. Revista Ingeniería Industrial - Año 7. Nº 2 - Segundo Semestre 2008. 65-72.

[3] **Boirivant. J. A.** (2009). *La Programación lineal aplicación de las pequeñas y medianas empresas.* Reflexiones 88 (1): ISSN: 1021-1209 . 89-105.

[4] **Colina. Y. B.** (2011). *Aplicaciones de programación lineal. entera y mixta. Ingeniería Industrial actualidad y nuevas tendencias.* 85-104.

[5] **Ely Monserrath. F. P**. (2013). *Análisis logístico de la distribución de rutas de reparto de agua purificada en garrafones de 19 litros de la purificadora la Gota Reyna en el municipio de Tantoyuca.*

[6] **Garrido. L. F.** (2016). *Algoritmos para el problema de localización de plantas y centros de distribución maximizando beneficio.* Ingeniare. Revista chilena de ingeniería. 493-501.

[7] **Hale. T. &.** (2003). *Location science research: A review. Annals of Operations Research.* 21-35.

[8] **Linfati. R.** (2014). *Un algoritmo meta heurístico para el problema de localización y ruteo con flota heterogénea.* Ingeniería y Ciencia. 55-76.

[9] **López-Santana. E. R**. (2013). *Diseño de cadenas de distribución con demanda bajo incertidumbre: una aproximación de programación lineal difusa.* Ingeniería Vol. 18 • No. 2 • ISSN 0121-750X • E-ISSN : 2344-8393 • Universidad Distrital Francisco José de Caldas. 68-84.

[10] **Martinez. R. H.** (2004). *The facility location decisions in the Supply Chain.* Revista Ingeniería Industrial - Año 3. Nº1 - Segundo Semestre 2004. 57-67.

[11] **Niño-Vargas. J.** (2014). *Modelo matemático para determinar la ubicación de Centros de Distribución en un contexto real.* Scientia et Technica Año XIX. Vol. 19. No. 4. 385-391.

[12] **Ochoa. O. J.** (2012). *Modelo de ruteo con asignación de cargas multimodal*. Congreso latinoamericano de investigación operativa - . 4297-4305.

[13] **Weber. J.** (1984). *Matemática para administración y economía*. México: Hala.