

PRINCIPIOS DE MECANICA NEWTONIANA, PRIMERA PARTE

Sánchez Hernando¹

Resumen: En este artículo se presenta una propuesta didáctica y lo suficiente rigurosa para comprender los conceptos de la Mecánica Clásica. Se pretende abarcar en esta primera parte los conceptos de la Cinemática de una partícula y los diferentes lenguajes que se pueden usar para describirla. Se hace énfasis en temas que permiten entender mejor la lógica usada por Newton cuando se desea analizar el movimiento de objetos materiales. Además es necesario hacer notar que usando lenguaje cotidiano se presentan algunos temas de matemáticas más avanzadas.

Palabras Claves: Mecánica, Movimiento, Partícula, Cinemática, Inercial

Abstract: This article presents a didactic proposition and rigorous enough to understand the concepts of classical mechanics. It is intended to include in this first part the concepts of the kinematics of a particle and the different languages that you can use to describe it. Emphasis on topics that allow you to better understand the logic used by Newton when you want to analyze the motion of material objects. In addition, it is necessary to note that using everyday language some more advanced math topics are presented.

Keywords: Mechanics, kinematics, motion, particle, inertial

Recibido: Enero 2016.

Aceptado: Marzo 2016.

1. INTRODUCCIÓN

Los avances que ha tenido la humanidad se deben al dominio que ha hecho el hombre de las leyes de la naturaleza. Los pueblos más desarrollados son los que han logrado primero el manejo del conocimiento. La Física como ciencia de la naturaleza tiene como misión la de extraer cada vez más esos detalles que contiene la naturaleza y que podemos usar en provecho para el desarrollo de los pueblos.

A través de este texto no pretendemos presentar ningún descubrimiento, pero si contribuir a que las juventudes se motiven en el estudio de esta ciencia tan importante para los pueblos y que su dominio puede redundar en mejoras en el nivel de vida de los pueblos.

Queremos presentar al estudiante y al profesor de Física un enfoque, resultado de los años dedicados a enseñar Física a los estudiantes de la ESPOL. Estos años nos han mostrado que para enseñar Física hay que tener un buen conocimiento de ella, que la enseñanza no se quede en un reconocimiento de lo brillante que es la naturaleza, sino en entender el porque es así la naturaleza. Si la entendemos vamos a poder usar sus leyes en nuestro beneficio.

El material que queremos presentar tiene que ver con conceptos desarrollados en el siglo XVII y que actualmente tienen plena vigencia tanto para ingenieros o técnicos como para personas de áreas que necesiten un conocimiento formal del movimiento de cuerpos materiales. Por ejemplo podría ser de utilidad a un médico que estudie el movimiento de articulaciones, fluidos en el cuerpo humano o para un agrónomo que estudie el movimiento de fertilizantes en el suelo.

Además quisiéramos que el profesor de universidad o de colegio tenga una herramienta que con la suficiente rigidez matemática explique y respalde los conocimientos que imparta en el aula de clase. Trataremos de la matemática necesaria para

la explicación sea desarrollada paralelamente en la medida de la necesidad.

2. CONCEPCIÓN DE LA NATURALEZA Y SU EVOLUCION

El estudio de la naturaleza es el objetivo central que se plantea la Física como ciencia. Es así que venimos haciendo Física desde cuando nos planteamos entender al mundo que nos rodea con la finalidad de sacar provecho de nuestro estudio en facilitar las actividades y desarrollar bienestar para el hombre. Podemos citar como uno de los primeros descubrimientos del hombre y que le ha facilitado en mucho su desarrollo la existencia de los cuerpos redondos y de su ventaja mecánica. Estamos hablando de unos cuatro mil años antes de nuestra era, cuando se construye la rueda y algunos instrumentos basados en ella [1].

Hasta finales del Paleolítico, unos 12.000 años antes de nuestra era, los hombres aprendieron a trabajar ciertos materiales con la finalidad de construir herramientas para la caza y captura de presas para su sobrevivencia [2]. En la época del Neolítico el hombre aprende que la tierra se la puede hacer producir los alimentos que él desea y es así como nace la agricultura y comienza el pastoreo. Hacia fines del tercer milenio y principios del segundo antes de nuestra era se aprende a manejar metales lo que se conoce como la metalurgia de la Edad del Bronce, y ya se pueden palpar ciertas concepciones de la naturaleza en las culturas egipcia y babilónica. Los egipcios hablan de “el agua fría creadora de todos los seres y de la que proceden todas las cosas, así como el aire que llena el espacio y se halla en todas partes”. Los babilonios ya hablaban de un mundo centrado en el Sol. En el primer milenio antes de nuestra era ciertas culturas de la India sostenían que el mundo estaba hecho de cuatro elementos: la tierra, el agua, el fuego y el aire. Con estos elementos se formaban los seres vivos y los cuerpos materiales. También se postula entre los hindúes la existencia del movimiento, el espacio y el

¹Sánchez Caicedo Hernando Profesor del Departamento de Física, FCNM, ESPOL (e-mail: hsanchez@espol.edu.ec) Guayaquil.

tiempo como propiedades inseparables de la materia. Posterior a esto ya se fueron reemplazando los elementos principales, tierra, aire agua y fuego por elementos mucho más pequeños que se hallaban en el éter, en el espacio y en el tiempo, comenzando así las teorías atomistas del mundo.

Paralelamente en este milenio, en las culturas Chinas se desarrollan muchas corrientes filosóficas [2], entre las que sobresalen los legalistas, los lógicos, la de los mohistas y especialmente la de los taoístas y confucianos. Se observan estudios realizados por los mohistas de óptica y mecánica. Estudiaron la reflexión de la luz en espejos planos, cóncavos y convexos. Para los taoístas el mundo y los objetos se produjeron por un proceso análogo al sexual, es decir por la interacción de los opuestos. De esta interacción nacen los cinco elementos principales de la naturaleza, agua, fuego, madera metal y tierra.

Los griegos en este milenio desarrollan la concepción matemática del universo. Platón suponía que al comienzo solo existieron dos triángulos rectángulos, el medio cuadrado y el medio equilátero. De ellos se derivaban las partículas que conformaban los cuatro elementos fundamentales: las partículas de fuego eran tetraedros, las de aire eran octaedros, las de agua eran icosaedros y las de tierra cubos [2]. El quinto elemento fundamental estaba hecho de pentágonos regulares, el dodecaedro y estos eran las partículas que conformaban el cielo.

Ya en el primer milenio de nuestra era comenzaron a desarrollarse ciencias como la Química, que tuvo gran preponderancia hacia el segundo milenio de nuestra era. Se descubren las propiedades de los elementos de la naturaleza, se descubren nuevos elementos y se desarrollan nuevas teorías sobre la constitución de los elementos. Comienza a desarrollarse la teoría atómica que considera a los elementos formados por partículas indivisibles. Y cada una de estas partículas combinándose para que aparezcan nuevas sustancias.

Un papel importante en el desarrollo de la Química lo dio el descubrimiento de Volta en el 1800. Volta descubrió la pila eléctrica, con la que los químicos tuvieron una fuente continua de electricidad que les permitió descubrir muchos nuevos elementos. También se descubrió que algunas sustancias, como la sal, al disolverse en agua, podían transmitir la electricidad, mientras que otras, como el azúcar, no lo hacían.

Ya en la primera mitad del siglo XIX, a finales del segundo milenio de nuestra era, ya se suponía la existencia de partículas más pequeñas que los átomos y se hacían experimentos para tratar de detectarlas. Los experimentos del inglés William Crookes[3] permitieron apreciar ciertas partículas que se desprendían de placas metálicas al vacío sometidas a una gran diferencia de potencial. Más tarde estas partículas fueron llamadas por Thomson electrones. Esas mismas partículas aparecían si se iluminaba un metal con luz ultravioleta. Por esto quedo claro que

ellas procedían de los átomos del metal, así que el átomo no era indivisible, estaba formado por partículas más pequeñas.

El modelo de átomo que propuso Thomson consistía de una esfera positiva que tenía insertado en su interior un montón de partículas negativas, electrones, sumergidas como pasas en un pastel. Este modelo no duró mucho. Un discípulo de Thomson, Rutherford, encontró que el átomo casi en su totalidad estaba vacío, a excepción de una pequeña parte localizada en su centro que contenía casi toda la masa del átomo y tenía carga positiva. De esta manera aparece el núcleo atómico. Posteriores investigaciones determinaron que el núcleo atómico estaba formado por dos tipos de partículas, los protones, de carga positiva, y los neutrones, sin carga eléctrica.

A inicios del siglo XX vemos que se desarrolla la concepción cuántica de la materia que explica la naturaleza de los espectros y la formación de moléculas y agregados moleculares.

En los actuales momentos estamos pensando en la existencia de espacios con muchas más dimensiones y de materias que hasta ahora no han sido detectadas por nuestros sentidos y que pueden estar en mayor cantidad en el universo que la materia que alcanzamos a percibir [4].

3. CUERPOS MATERIALES Y MODELOS

En este trabajo nos proponemos analizar el movimiento de objetos usando las leyes de la mecánica clásica. Intentaremos describir el objeto de nuestro estudio como una realidad que se encuentra ante nosotros y es captada por la reacción de nuestros sentidos ante su presencia. Será una porción limitada de materia que posee unas propiedades las mismas que corresponden a las diversas formas o apreciaciones que hacen nuestros sentidos de esa realidad. Esta realidad la llamaremos cuerpo material y constituirá el objeto de estudio.

Objeto de estudio.- *Cuerpo material que se somete al análisis para la descripción y prospección de su movimiento.*

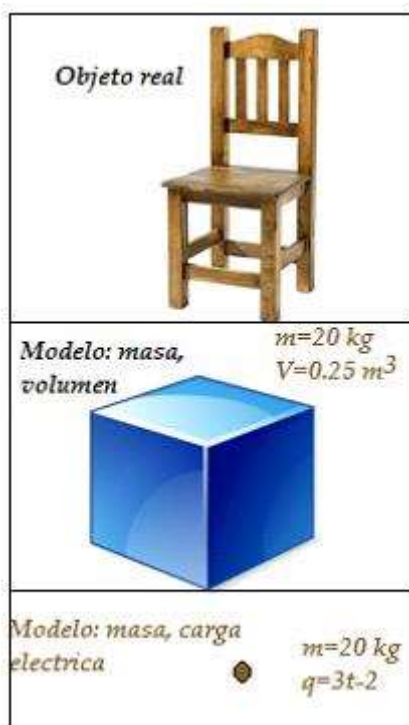
El cuerpo material al interactuar con nuestros órganos sensoriales produce sensaciones diversas que se pueden estudiar, por ejemplo un cuerpo presenta un cierto color ante nuestra vista, manifiesta una cierta masa que podemos constatar en una balanza y así una infinidad de sensaciones o propiedades del cuerpo material.

Estas propiedades que presentan los cuerpos pueden ser estandarizadas para que sean sujetos de medición para su correspondiente comparación. Estas propiedades que pueden ser medidas llamaremos *cantidades físicas*.

Cantidad Física.- *Valor que asignaremos a una propiedad de los cuerpos materiales sujeta a un estándar de comparación.*

Cuando miramos los objetos que nos rodean observamos que sus propiedades están en constante evolución. Una medición de una cantidad física referente a un cuerpo en este instante será diferente a la medición de la misma cantidad física al día siguiente. Por lo que diremos las cantidades físicas varían con el tiempo, por lo que usaremos funciones para representar las cantidades físicas. Las cantidades físicas con las que apreciamos un cuerpo material y que usaremos para su descripción son muchas, unas más importantes que otras, dependiendo de la situación en la que esté involucrado el cuerpo. En el gráfico se muestra el objeto silla, el mismo que lo podemos describir con su color, masa, carga eléctrica, dureza, sabor, etc. Cada una de estas propiedades en el momento que las medimos, con la finalidad de compararlas, estamos hablando de cantidades físicas, las mismas que están evolucionando: su color ira cambiando con el tiempo, su masa, su dureza, todas sus propiedades corresponderán a funciones del tiempo.

Graf. 2.1 Objetos y modelos



Entonces para describir la silla necesitaremos una gran cantidad de funciones, que muchas veces son innecesarias por la poca o ninguna relevancia en la situación en que el objeto silla está involucrado. Si me interesa saber el número de sillas que puedo transportar en un camión, las cantidades físicas relevantes serán la masa y el volumen. No me importa que color tengan o que dureza posean. Entonces decido *representar* a la silla con un cubo que posee un cierto volumen y cierta masa. Esta representación de mi objeto la llamaremos *modelo*.

Modelo.- Es una representación del objeto de estudio que guarde solo las propiedades determinantes del objeto (cantidades físicas) en la situación que está siendo tratada.

Puede haber otra situación donde lo que me interese de la silla no sea ni la forma ni su tamaño, y lo que me interese sea su carga y su masa, entonces construiremos un modelo de silla que posea solo masa y carga eléctrica.

4. POSICION Y MOVIMIENTO

4.1 Posición.- En la mecánica primero necesitaremos definir el lugar donde suceden los procesos y donde se ubican los objetos, el espacio; y luego necesitaremos de una cantidad que ordene cronológicamente los sucesos, el tiempo. Al hablar del espacio nos sujetaremos de un principio no empírico que se refiere a la homogeneidad e isotropía del espacio.

Diremos que el espacio es homogéneo en base al hecho de que la realización de un determinado evento no depende del lugar en el espacio donde se realice. Al hablar del movimiento de un objeto bajo ciertas condiciones no depende del lugar del espacio donde se realice, dependerá de las condiciones y no del lugar. Las leyes físicas se comportan iguales independientes de donde se las aplique. Lo único que hay que tener en cuenta es que las condiciones sean las mismas.

El espacio es isótropo, si tomamos en cuenta que en el lugar donde suceden todos los fenómenos y donde existen los cuerpos materiales no hay direcciones especiales. Es decir al estar en el espacio exterior, lejos de los planetas no tiene sentido hablar de arriba o abajo, no hay direcciones especiales para el desarrollo de los procesos. Si alguna dirección se torna especial en el espacio será por la presencia de los objetos y no por el espacio en sí.

Con respecto al tiempo y usando la concepción clásica diremos que es homogéneo. Es decir que la realización de un determinado evento es indiferente al instante de tiempo en que se realiza. Si hoy a las 10:00 h cayó una piedra, hace el mismo efecto si cayera a las 14:00 h de hoy o después de dos días o después de 1000 años. Es decir las leyes físicas tienen igual valor ahora como la tuvieron hace mil años. Esto lo usan los constructores de edificios o de autos. Ellos no están pensando que el edificio se caerá dentro de 100 años porque las leyes físicas cambiarán, ni tampoco los autos se desbaratarán.

Para establecer el orden cronológico, conforme Einstein lo afirma, no existe un tiempo absoluto que nos permita ordenar todos los sucesos. Esto solo lo podemos hacer solo con un reloj que se encuentre en el mismo lugar donde suceden porque no existe manera para que la información de un suceso sea transmitida instantáneamente que sucede de un lugar a otro. Si es la luz la forma más rápida de transmitir

información, ella no es infinita. No existe un tiempo absoluto, el tiempo es relativo.

Bajo estos principios, al no existir época en el tiempo especial, ni tampoco posiciones o direcciones especiales en el espacio, el determinar la ubicación de un cuerpo material en el espacio y en el tiempo requiere de un cuerpo especial que escojamos, de una manera de medir el tiempo especial en el lugar donde suceden los procesos y de ciertas direcciones referenciales que escojamos en el espacio, las mismas que me permitirán definir la ubicación de un cuerpo. Estos elementos constituyen lo que se denomina Sistema Referencial.

Sistema Referencial.- Conjunto de elementos que nos permitirán ubicar los objetos. Está constituido por un cuerpo de referencia, un tiempo referencial y tres direcciones referenciales con respecto a quienes determinaremos la ubicación del objeto de estudio.

Ya en el lenguaje habitual usamos estos conceptos, por ejemplo decimos, el bus de transporte se encontraba a las 10:00 h del día lunes a 3 km de distancia del peaje y se dirigía a Salinas.

Nosotros usaremos un lenguaje más formal que nos permita precisar mejor la ubicación de los objetos. Para esto usaremos primero un modelo de objeto de estudio que no toma en cuenta ni forma ni tamaño y que puede ser representado usando el concepto geométrico de punto. A este modelo llamaremos *modelo de partícula*. La ubicación de un objeto en el espacio-tiempo estará dada por tres números y un tiempo referidos al objeto referencial, las direcciones de referencia y según el tiempo de referencia escogido.

Posición.- Es una cantidad física, por lo tanto propiedad de los cuerpos materiales, que permite ubicarlos según una referencia espacial y una referencia temporal. En nuestro espacio tridimensional usaremos tres números que están asociados a un tiempo determinado

$$\vec{r}(t) = (r_1\vec{e}_1 + r_2\vec{e}_2 + r_3\vec{e}_3) = (r_1, r_2, r_3) \quad (3.1)$$

Los valores van a depender del sistema de coordenadas que se escoja y por lo tanto sus significados serán diferentes.

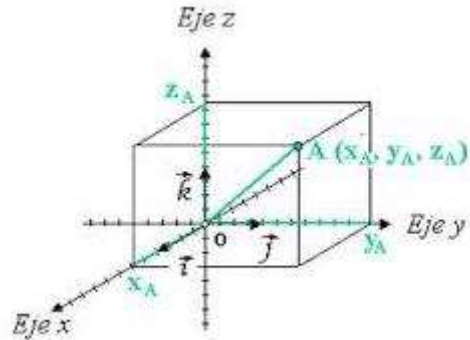
Estos entes matemáticos formados por conjunto de números independientes entre sí y donde cada uno tiene un significado diferente se denominan vectores. De ahí que algunas veces se hable del vector posición.

Para determinar la posición debemos escoger primero un cuerpo de referencia (un punto del espacio) donde ubicar la posición referencial a la que generalmente se le asigna los números (0,0,0), y un instante de tiempo que también podamos asignarle el valor $t=0$ y también que nos sirva como referencia. Por lo tanto, cualquier valor que le asignamos a la posición de un objeto estará referida a estas referencias.

4.1.1 Coordenadas rectangulares.- En esta caso escogemos un punto de referencia en el espacio al que le asignamos el (0,0,0) y tres direcciones fijas

con O (no se mueven para O), que se mantienen perpendiculares entre sí $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. En este caso la posición de un objeto en un determinado instante de tiempo tendrá los siguientes números (x, y, z) que corresponderán a las proyecciones de la ubicación del objeto en las direcciones referenciales $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (ver gráfico). Diremos entonces que la posición de A en este sistema referencial es: $\vec{r}(t) = (x_A, y_A, z_A)$ en el tiempo $t = t_A$.

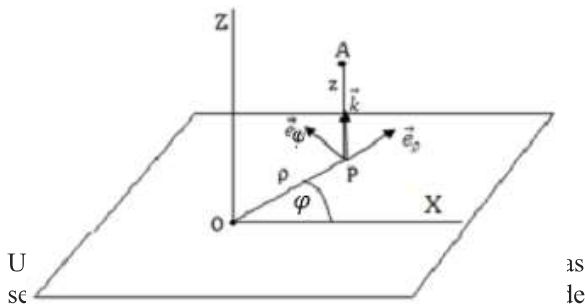
Graf. 3.1 Coordenadas rectangulares



Cada uno de estos números puede variar con el tiempo como una función mientras A presenta movimiento para el observador O y esto se refleja en la notación $(x_A(t), y_A(t), z_A(t))$.

4.1.2 Coordenadas Cilíndricas.- A veces es mejor usar sistemas referenciales con direcciones de referencia que no estén fijas con objeto de referencia. Un caso es el sistema de coordenadas cilíndricas. Para esto necesitamos establecer 1) un plano referencial que contenga mi objeto de referencia O, 2) una dirección referencial en este plano, X y 3) una dirección referencial perpendicular al plano de referencia Z. Si en un tiempo t el objeto se encuentra en la posición A, proyectamos perpendicularmente el punto A sobre el plano de referencia determinando el punto P. La primera dirección referencial de nuestro sistema de coordenadas será la que se obtiene en línea recta de O a P, la que denominaremos radial, \vec{e}_ρ . Perpendicular a esta la dirección \vec{e}_ϕ , que denominaremos azimutal. Y perpendicular a estas dos direcciones la dirección \vec{k} que sigue la dirección perpendicular al plano de referencia. Las cantidades que definirán la posición del objeto en un instante de tiempo t serán $\vec{r}(t) = (\rho(t), \phi(t), z(t))$, donde ρ es la distancia de P a O, ϕ es el ángulo que forma el segmento OP con la recta referencial X en el plano y Z es la distancia de A al plano en P. Es de anotar que si A presenta movimiento para O las direcciones referenciales \vec{e}_ρ y \vec{e}_ϕ radial y azimutal también cambiarán de ahí que son funciones del tiempo $\vec{e}_\rho(t)$ y $\vec{e}_\phi(t)$. Mientras que la dirección \vec{k} no cambia con el tiempo.

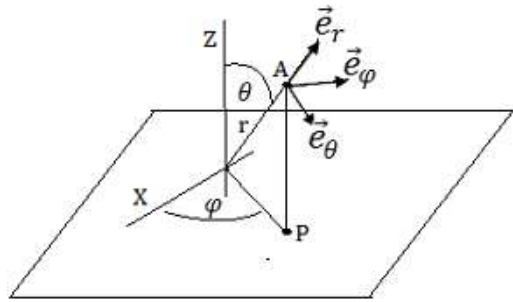
Graf. 3.2 Coordenadas cilíndricas



Un ejemplo de un objeto cuya proyección sobre el plano de referencia P dista 5m del objeto de referencia O, la proyección OP forma un ángulo de 0.5 radianes con la dirección referencial X y está a 6 metros por encima del plano referencial. Diremos entonces que el instante de tiempo t $\rho = 5m, \varphi = 0.5 \text{ radianes}$ y $z = 6 m$.

4.1.3 Coordenadas esféricas: Este sistema de coordenadas también presenta direcciones referenciales que no están fijas con el objeto de referencia. En este caso necesitamos establecer 1) un plano referencial que contenga mi objeto de referencia O, 2) una dirección referencial en este plano, X y 3) una dirección referencial perpendicular al plano de referencia Z. Si en un tiempo t el objeto se encuentra en la posición A, proyectamos perpendicularmente el punto A sobre el plano de referencia determinando el punto P. La primera dirección referencial de nuestro sistema de coordenadas será la que se obtiene en línea recta de O a A, la que denominaremos radial, \vec{e}_r . Perpendicular a esta la dirección \vec{e}_φ , (perpendicular a OP) que denominaremos azimutal. Y perpendicular a estas dos direcciones la dirección \vec{e}_θ (perpendicular a r). Las cantidades que definirán la posición del objeto en un instante de tiempo t serán $\vec{r}(t) = (r(t), \varphi(t), \theta(t))$, donde r es la distancia de O a A, φ es el ángulo que forma el segmento OP con la recta referencial X en el plano, y θ es el ángulo que forma la distancia r con la dirección perpendicular al plano, Z. Es de anotar que si A presenta movimiento para O las direcciones referenciales $\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi$ y \vec{e}_θ serán funciones del tiempo. Cambian con la posición de A.

Graf. 3.3 Coordenadas esféricas



Una posición del objeto en coordenadas esféricas podría ser:

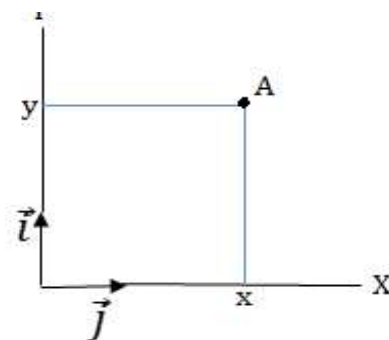
$$\vec{r} = (5m, 0.5 \text{ radianes}, 1.5 \text{ radianes})$$

que corresponde a un objeto que dista de 5m del objeto de referencia O, la proyección OP forma un ángulo de 0.5 radianes con la dirección referencial X y el ángulo de r con el eje Z es 1.5 radianes. Diremos entonces que el instante de tiempo t , $r = 5m, \varphi = 0.5 \text{ radianes}$ y $\theta = 1.5 \text{ radianes}$.

En algunos casos la determinación de la posición de un objeto no requiere de sistemas tridimensionales, debido a que su movimiento presenta restricciones. Por ejemplo si un objeto se mueve sobre un plano, su posición se la puede determinar con un sistema de coordenadas bidimensional. Revisaremos algunos sistemas bidimensionales.

4.1.4 Coordenadas rectangulares 2d: En el plano donde se ubica el objeto identificamos un objeto de referencia. A partir de este objeto definimos dos direcciones referenciales \vec{i}, \vec{j} , perpendiculares entre sí. La posición de un objeto en un determinado instante de tiempo estará determinada por los números X y Y que corresponden a las proyecciones de la ubicación del objeto en las direcciones referenciales (\vec{i}, \vec{j}) (ver gráfico). Diremos entonces que la posición de A en este sistema referencial es: $\vec{r}(t) = (x_A, y_A)$ en el tiempo $t = t_A$.

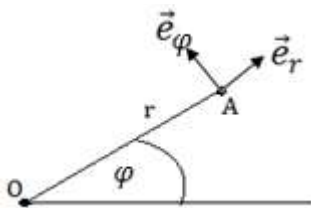
Graf. 3.4 Coordenadas rectangulares 2d



Cada uno de estos números puede variar con el tiempo como una función mientras A presenta movimiento para el observador O y esto se refleja en la notación $\vec{r}(t)$.

4.1.5 Coordenadas polares: Para este sistema de coordenadas necesitamos establecer un punto del plano como referencia que lo denominaremos el polo (objeto de referencia) y una recta referencial que sale del polo. Las dos direcciones referenciales están asociadas al objeto de estudio. La primera será la dirección radial hacia afuera del polo \vec{e}_r y la segunda perpendicular a esta, la dirección azimutal \vec{e}_φ . Para ubicar al objeto en el plano se necesitan dos números, la distancia del objeto al polo r y el ángulo que la recta OA con la recta referencial φ . Por ejemplo la posición de un objeto en un instante de tiempo es $\vec{r}(t) = (5m, 0.5 \text{ radianes})$ es decir este objeto está a 5 m del polo y su dirección forma un ángulo de 0.5 radianes con la recta de referencia. Aquí también las direcciones de referencia serán función del tiempo, porque están asociadas con la ubicación del objeto en estudio $\vec{e}_r(t)$ y $\vec{e}_\varphi(t)$.

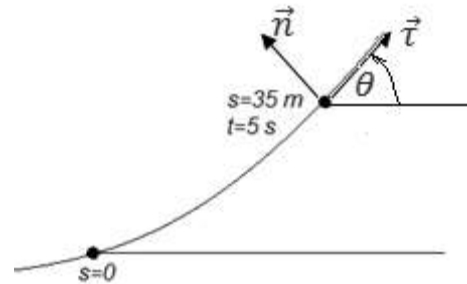
Graf. 3.5 Coordenadas polares



4.1.6 Coordenadas Naturales.- En algunos casos prácticos se acostumbra representar la posición de un objeto usando un sistema de coordenadas bidimensional a pesar de que el movimiento pueda ser tridimensional. Por ejemplo cuando hablamos sobre la posición de un auto en una determinada carretera acostumbramos a decir se encuentra a 20 km del peaje. O decimos se encuentra 5 km antes de la población A. Para estos casos se requiere que la persona conozca la trayectoria y pueda entender esta información. Entonces pongamos como requisito en este sistema de coordenadas conocer en forma bidimensional la trayectoria y establezcamos en la trayectoria un punto de referencia, O y una dirección de referencia (θ). En esta trayectoria, la posición de un objeto se determinara por una función $s(t)$ que representa la distancia en esta trayectoria medida desde el objeto de referencia, por ejemplo para $t=5$ s, $s(5)=345$ m esto indica que cuando el cronómetro marcó $t=5$ s el móvil se encontraba en esta trayectoria a 345 m de la referencia. Las direcciones referenciales serán la dirección tangencial a la trayectoria y la dirección normal a la trayectoria: (\vec{t}, \vec{n}) que también cambiarán en función del tiempo $(\vec{t}(t), \vec{n}(t))$. Cualquier vector en este sistema de

coordenadas tendrá componente tangencial y componente normal a la trayectoria.

Graf. 3.6 Coordenadas naturales



4.1.7 Movimiento.- Es una propiedad de los cuerpos materiales, su capacidad de cambiar de posición según una referencia que se escoja. Vemos desde el suelo a los aviones volar, cambiar su posición, (referencia el suelo en un tiempo dado). Si la referencia no fuese el suelo, sino una persona, un pasajero del avión, éste no notará cambio de posición del avión, para él no se moverá. Las gotas de lluvia dejan líneas al resbalar por el vidrio lateral de un carro (referencia el vidrio). Si el carro esta estacionado las líneas aparecerán verticales, aunque las mismas gotas de lluvia en el vidrio de un carro en movimiento aparecerán inclinadas (otra referencia). Diremos entonces que el movimiento es una propiedad de los cuerpos que mide su comportamiento para un observador y para un tiempo determinado. El movimiento es relativo.

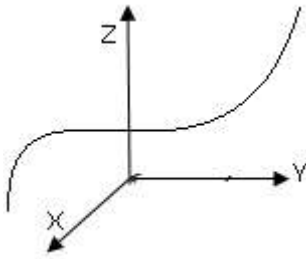
Diremos entonces que un cuerpo se encuentra en movimiento si su posición para un determinado observador y para un cronometro dado cambia en función del cambio de tiempo registrado.

Entonces quedara registrado el movimiento en las funciones que indiquen los vectores posición de los cuerpos. La primera tarea de la Mecánica es encontrar estas funciones.

Desde la Cinemática a cada posición del cuerpo le corresponde un punto en el espacio en un tiempo determinado. Si pudiésemos tomar todas las posiciones para los tiempos correspondientes en cierto intervalo obtendríamos un conjunto de puntos arreglados uno a continuación de otro formando lo que en geometría llamamos una línea. A esta línea la llamaremos trayectoria.

Trayectoria, en el modelo de partícula, de un cuerpo está constituida por todos los puntos del espacio por donde pasa el cuerpo en su movimiento.

Graf. 3.7 Trayectoria



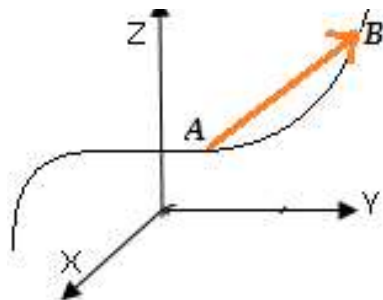
Estáramos tentados en asociar el movimiento con la variación de posición, aunque esto, que puede ser necesario para el movimiento, no es suficiente para decir que hubo movimiento. Si existe cambio de posición es porque hay movimiento del cuerpo, pero lo contrario no siempre es verdad, si hay movimiento es porque ha habido cambio de posición. Pudo haber movimiento, pero no se registró cambio de posición porque regreso en ese tiempo al punto de partida. El cambio de posición se registra con el vector desplazamiento.

Vector desplazamiento.- Medida del cambio de posición de un objeto, y se obtiene de la diferencia entre los vectores posición de dos tiempos diferentes. Por convención siempre escogeremos el tiempo posterior menos el tiempo anterior:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A \quad |\Delta \vec{r}| = d(A, B) \\ = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2} \quad (3.2)$$

En esta expresión el vector \vec{r}_A es el vector posición del objeto en un tiempo anterior mientras \vec{r}_B es el vector posición del cuerpo en un tiempo posterior por convención $t_B > t_A$.

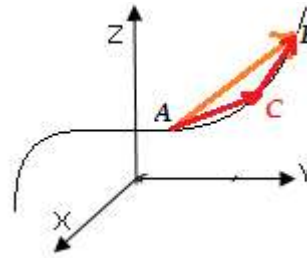
Graf. 3.8 Desplazamiento



Este vector me indica cuán distante se encuentra la posición B de la posición A, correspondientes a tiempos diferentes t_A, t_B . Pero que sucedió en medio de estos tiempos no sabemos; y como apreciamos del gráfico no se asemeja el vector desplazamiento con la trayectoria. Si quisiéramos tener información

intermedia deberíamos medir posiciones para tiempos intermedios, por ejemplo t_C .

Graf. 3.9 Desplazamientos



Esta aproximación es más cercana pero aún no se parece a la trayectoria. Sería necesario tener, no un punto intermedio, sino varios con intervalos de tiempo muy pequeños.

Si hiciéramos la diferencia entre los tiempos tan pequeña, de tal manera que los puntos intermedios no me den incertidumbre acerca del movimiento y de esta manera el desplazamiento se pegue a la trayectoria tendríamos una mejor medida para el cambio de posición. Hagamos entonces una cantidad muy grande de puntos intermedios, de manera que el intervalo de tiempo entre dos puntos intermedios sea muy pequeño, cercano a cero, pero no cero, $\Delta t = t_j - t_i \rightarrow 0$ siendo $t_j > t_i$. Este tipo de cantidades se usan en matemática y se las denomina diferenciales:

$$\Delta t = t_j - t_i = dt \quad \text{cuando } t_j \rightarrow t_i \quad (3.3)$$

Naturalmente que junto al dt también aparecerá un $d\vec{r}$ que corresponde al desplazamiento que tuvo el cuerpo en el intervalo de tiempo dt .

$$\Delta \vec{r} \rightarrow d\vec{r} = (dx, dy, dz) \quad (3.4)$$

Este vector desplazamiento diferencial tiene algunas virtudes: 1) sigue a la trayectoria y por lo tanto diremos que es tangente a la trayectoria, serviría para indicarnos la dirección del movimiento, 2) debido a que corresponde a un intervalo de tiempo muy cercano a cero, esto garantizaría que con él podamos medir si el cuerpo se encuentra en movimiento o no. Si el desplazamiento diferencial es diferente de cero el cuerpo está en movimiento y lo contrario también es cierto, si el cuerpo está moviéndose su desplazamiento diferencial es diferente de cero.

El único problema que existe es que el diferencial no tiene un valor real medible y por lo tanto no sería de mucha utilidad su uso. Construiremos un nuevo vector con diferenciales que conserve las características del desplazamiento diferencial, que mida movimiento y que pueda ser cuantificable. Para esto hagamos el cociente: $\frac{d\vec{r}}{dt}$

Este cociente conserva la dirección del movimiento y además podemos asociarlo con rapidez con la que se realiza el cambio de posición. Debido a su importancia para la mecánica lo denominaremos velocidad.

Velocidad.- Si existe, es el cociente entre el diferencial de desplazamiento y el diferencial de tiempo en un instante determinado. Esta cantidad física nos determina si el cuerpo se mueve según un observador y un tiempo específico y además tiene la información de cuán rápido se está realizando el movimiento y en qué dirección se está realizando el movimiento. La magnitud de esta cantidad la denominamos rapidez y es la medida de la agilidad con la que se realiza el movimiento. Este cociente desde el punto de vista matemático se denomina derivada, de manera que diremos que la velocidad es la derivada de la posición con respecto al tiempo.

El valor que se le asigna a este cociente lo obtendremos del comportamiento del cociente $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ cuando el Δt se acerca a cero, sin que llegue a ser cero:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{v} \quad (3.5)$$

Esta es una cantidad vectorial, lo que significa que contiene un conjunto de tres números:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right) \quad (3.6)$$

La orientación de la velocidad es la orientación del movimiento y la rapidez será la magnitud de la velocidad:

$$v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \quad (3.7)$$

Como ejemplo tomemos un movimiento unidimensional dado por $x(t) = 5t^2 - 3t + 2$, que significa que el cuerpo ocupó las posiciones dadas en la tabla adjunta:

Para $t=1$ su posición es $x=4$.

Para $t = 1 + \Delta t$ su posición será:

$$x(1 + \Delta t) = 5(1 + \Delta t)^2 - 3(1 + \Delta t) + 2 = 4 + 7\Delta t + (\Delta t)^2 \quad (3.8)$$

De manera que el cociente $\frac{\Delta x}{\Delta t} = 7 + \Delta t$ cuando el Δt se acerca a cero $\frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow 7$, lo que registraremos como la velocidad del cuerpo en $t=1$.

De igual manera podemos proceder en cualquier tiempo. En $t=2$, $x=16$.

Para $t = 2 + \Delta t$ su posición será:

$$x(2 + \Delta t) = 5(2 + \Delta t)^2 - 3(2 + \Delta t) + 2 = 16 + 17\Delta t + 5(\Delta t)^2 \quad (3.9)$$

El cociente $\frac{\Delta x}{\Delta t} = 17 + 5\Delta t$, que cuando el Δt se acerca a cero $\frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow 17$. Esto indica que la velocidad del cuerpo en $t=2$ s fue de 17 m/s.

Con estos valores podemos construir la siguiente tabla y con ellos construir una nueva función:

$$v(t) = 10t - 3 \quad (3.10)$$

Para las componentes $y(t)$ y $z(t)$ podemos hacer lo mismo y construir el vector velocidad como del conjunto de tres funciones del tiempo:

t	v
0	-3
1	7
2	17
3	27

$$\vec{v}(t) = \left(\frac{dy}{dx}, \frac{dy}{dx}, \frac{dy}{dx} \right) = (v_x(t), v_y(t), v_z(t))$$

Esta operación ya se encuentra sistematizada en los cursos de cálculo matemático y se llama derivación[5]. Obedece a reglas sencillas que se desarrollan en estos cursos y se transcriben a continuación en la siguiente tabla:

t	X
0	2
1	4
2	16
3	38

N	f(t)	$\frac{df}{dt}$
1	A=const	0
2	At	A
3	At^n para $n \in \mathbb{R}$	Ant^{n-1}
4	$A \cos(t)$	$-A \sin(t)$
5	$A \sin(t)$	$A \cos(t)$
6	Ae^t	Ae^t
7	Aa^t para $a > 0$	$Aa^t \ln(a)$
8	$\sum f_i(t)$	$\sum \frac{df_i}{dt}(t)$
9	$g(t)h(t)$	$g \frac{dh}{dt} + h \frac{dg}{dt}$
10	$g(h(t))$	$\frac{dg}{dh} \frac{dh}{dt}$

Ejemplo:

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} x(t) = 5t^2 \\ y(t) = 4 \sin(t) \\ z(t) = 4 \cos(t) \end{cases}$$

$$\vec{v}(t) = \begin{cases} v_x = 10t & \text{(Regla 3)} \\ v_y = 4 \cos(t) & \text{(regla 5)} \\ v_z = -4 \sin(t) & \text{(Regla 4)} \end{cases}$$

5. CONCLUSIONES

En esta primera parte hemos destacado la importancia que tienen los modelos para describir una realidad bastante compleja. Si quisiéramos interpretar la realidad en toda su dimensión no sería una tarea fácil o tal vez imposible de resolver por la infinidad de variables que involucran a un objeto real.

Hemos presentado un modelo sencillo para la descripción del movimiento, procurando si enmarcarlo en una matemática con la suficiente lógica que caracterizan a conocimientos científicas.

Además, hemos tratado de mostrar la necesidad de una matemática nueva para el 1700 acorde a la necesidad de explicar los problemas que Newton intentó descifrar.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y ELECTRÓNICAS

- [1]. *Historia Universal*. Gómez, González, Pastoriza, Editorial Pearson Educación, México 2008
- [2]. *Historia de las Ciencias 1*, Stephen Mason, Alianza Editorial, Madrid 2012, ISBN 978-84-206-1197-6
- [3]. William Crookes, *Biografías y Vidas*. <http://www.biografiasyvidas.com/biografia/c/crookes.htm>
- [4]. NASA (ed.). «La NASA Encuentra Pruebas Directas de Materia Oscura» en el Observatorio de rayos X Chandra
- [5]. Leithold Louis. *El Cálculo*. Oxford University Press. Séptima edición. 1998